

平成 25 年 度

(工 学 部)

問題冊子

教 科	科 目	ページ数
数 学	数学Ⅰ・数学A 数学Ⅱ・数学B 数学Ⅲ・数学C	2

試験開始の合図があるまで、問題冊子を開かないこと。

解答の書き方

1. 解答は、すべて別紙解答用紙の所定欄に、はっきりと記入すること。
2. 答案には、解答の過程を書き、結論を明示すること。
3. 解答を訂正する場合には、きれいに消してから記入すること。
4. 解答用紙には、解答と志望学部及び受験番号のほかは、いっさい記入しないこと。

注 意 事 項

1. 試験開始の合図の後、解答用紙に志望学部及び受験番号を必ず書くこと。
2. 下書き用紙は、片面だけ使用すること。
3. 用事があるときは、だまって手をあげて、監督者の指示を受けること。
4. 試験終了時には、解答用紙を必ずページ順に重ね、机上の右側に置くこと。
5. 試験終了後、問題冊子及び下書き用紙は持ち帰ること。

[1] 次の問に答えよ。

1. 座標平面上の原点 O を通り、 x 軸とのなす角が 30° で傾きが正の直線と、放物線 $y = x^2$ の交点で O と異なるものを A とおく。点 A の座標を求めよ。
2. 線分 OA を1辺とする正方形 $OABC$ をつくる。ただし、点 C は第2象限にとる。点 B, C の座標をそれぞれ求めよ。
3. 直線 OB に垂直で、放物線 $y = x^2$ に接する直線の方程式を求めよ。

[2] 数列 $\{a_n\}$ を次のように定める。

$$a_1 = 2, \\ \begin{cases} a_n < 100 \text{ のとき, } a_{n+1} = a_n + 3 \\ a_n \geq 100 \text{ のとき, } a_{n+1} = a_n - 100 \end{cases}$$

このとき、次の問に答えよ。

1. $a_n > a_{n+1}$ を満たす最小の自然数 n を m とおく。 m, a_m および $\sum_{k=1}^m a_k$ を求めよ。
2. a_{105} および $\sum_{k=1}^{105} a_k$ を求めよ。

[3] $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}, P = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ とおくとき、次の問に答えよ。

1. P の逆行列 P^{-1} を求めよ。
2. $P^{-1}AP$ を求めよ。
3. $B = P^{-1}AP$ とおく。 n が自然数のとき、 B^n を求めよ。
4. n が自然数のとき、 A^n を求めよ。

[4] $0 < p_1 < p_2, 1 < r_2$ とする。中心 $O_1(p_1, 0)$ 、半径1の円 C_1 と、中心 $O_2(p_2, 0)$ 、半径 r_2 の円 C_2 は点 T で外接している。また円 C_1, C_2 はともに放物線 $C: x = y^2$ に接している。円 C_1 と放物線 C との接点で第1象限にあるものを $Q_1(q_1^2, q_1)$ 、円 C_2 と放物線 C との接点で第1象限にあるものを $Q_2(q_2^2, q_2)$ とおくとき、次の問に答えよ。

1. p_1, p_2, q_1, q_2, r_2 を求めよ。
2. 放物線 C と弧 $\widehat{Q_1T}$ および弧 $\widehat{Q_2T}$ で囲まれた図形を D とするとき、 C, C_1, C_2 の概形をかき、 D を図示せよ。ただし、ここでの弧とは、その中心角が 180° 以下のものをいう。
3. D を x 軸のまわりに1回転させてできる立体の体積 V を求めよ。