

平成 29 年 度

(教育学部・農学部)

問題冊子

教 科	科 目	ページ数
数 学	数 学	2

試験開始の合図があるまで、問題冊子を開かないこと。

解答の書き方

1. 問題〔1〕,〔2〕,〔3〕は全問解答すること。問題〔4〕,〔5〕は、このうちから1題を選択し、選択した問題の番号を解答用紙の〔 〕内に記入してから、解答すること。
2. 解答は、すべて別紙解答用紙の所定欄に、はっきりと記入すること。
3. 答案には、解答の過程を書き、結論を明示すること。
4. 解答を訂正する場合には、きれいに消してから記入すること。
5. 解答用紙には、解答、選択した問題の番号、志望学部及び受験番号のほかは、いっさい記入しないこと。

注 意 事 項

1. 試験開始の合図の後、解答用紙に志望学部及び受験番号を必ず書くこと。
2. 下書き用紙は、片面だけ使用すること。
3. 用事があるときは、だまって手をあげて、監督者の指示を受けること。
4. 試験終了時には、解答用紙を必ずページ順に重ね、机上の右側に置くこと。
5. 試験終了後、問題冊子及び下書き用紙は持ち帰ること。

[1] 三角形 ABC において、辺 AB を $m:n$ に内分する点を P、辺 AC を $n:m$ に内分する点を Q、辺 BC の中点を M とする。ただし、 $m > 0$ 、 $n > 0$ とする。 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ 、 $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$ とおくと、次の問に答えよ。

(1) \overrightarrow{AM} を \vec{a} 、 \vec{b} を用いて表せ。

(2) 線分 AM と PQ の交点を R とするとき、 \overrightarrow{AR} を \vec{a} 、 \vec{b} 、 m 、 n を用いて表せ。

(3) $\frac{\overrightarrow{AR}}{\overrightarrow{AM}}$ を m 、 n を用いて表し、線分 PQ が三角形 ABC の重心を通らないことを示せ。

[2] 座標平面上の点 $P(\cos \theta, \sin 2\theta)$ について、次の問に答えよ。ただし、 $0 \leq \theta < 2\pi$ とする。

(1) 点 P が原点 O に一致するような θ の値をすべて求めよ。

(2) 点 P が単位円周上にあるような θ の値をすべて求めよ。

(3) $t = \sin^2 \theta$ とおくと、 OP^2 を t を用いて表せ。

(4) OP の最大値を求めよ。

[3] 座標平面上に 2 点 $A(0, -t^2)$ 、 $M(t, 0)$ をとる。ただし、 $t > 0$ とする。 y 軸上に、 $AM \perp BM$ となるような点 B をとり、直線 AM 上に、 $BA = BC$ となるような、点 A と異なる点 C をとる。このとき、次の問に答えよ。

(1) 点 C の座標を求めよ。

(2) 点 C を中心とし、点 B を通る円の方程式を求めよ。

(3) (2) で求めた円上の点で、 y 座標が最小となるような点の座標を求めよ。

[4] 実数 a, b が $0 < a < b$ 、 $a < b^3$ を満たすとき、曲線 $C_1: y = ax^2 (x \geq 0)$ 、曲線 $C_2: y = bx^2 (x \geq 0)$ について、次の問に答えよ。

(1) 曲線 C_1 と直線 $x = b$ 、および x 軸で囲まれた部分の面積を S_1 、曲線 C_2 と直線 $y = a$ 、および y 軸で囲まれた部分の面積を S_2 とするとき、 S_1 、 S_2 をそれぞれ a 、 b を用いて表せ。

(2) $S_1 = S_2$ となるとき、 a を b を用いて表せ。

(3) x 座標が b である曲線 C_1 上の点を P_1 、 y 座標が a である曲線 C_2 上の点を P_2 とする。曲線 C_1 と C_2 、および直線 P_1P_2 で囲まれた部分の面積を S_3 とする。 $S_1 = S_2$ となるとき、 S_3 を b を用いて表せ。

(4) $S_1 = S_2 = S_3$ となるとき、 a 、 b の値を求めよ。

[5] 曲線 $C: y = e^{-ax}$ について、次の問に答えよ。ただし、 $a > 0$ とする。

(1) 曲線 C と y 軸の交点 P における C の接線 l の方程式を求めよ。

(2) 直線 l と x 軸の交点 Q の座標を求めよ。

(3) O を原点とし、R を、Q と x 座標が等しい C 上の点とする。三角形 OPQ の面積を S_1 、台形 OPRQ の面積を S_2 とするとき、

$$S_1 < \frac{1}{a}(1 - e^{-1}) < S_2$$

が成り立つことを示せ。