

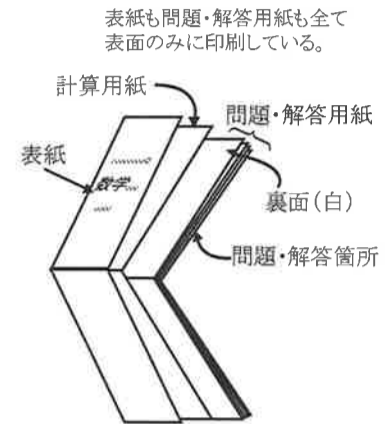
平成 29 年度入学試験問題

数 学 201

(前 期 日 程)

(注意事項)

- 1 問題・解答用紙および計算用紙は、係員の指示があるまで開かないこと。
- 2 この表紙を除いて、問題・解答用紙は4枚、計算用紙は1枚である。
用紙の折り方は図のようになっているので注意すること。
- 3 解答は、問題と同一の紙面の指定された解答箇所に書くこと。指定された解答箇所以外に書いたものは採点しない。また、裏面に解答したのも採点しない。
- 4 筆答開始後、各問題・解答用紙の「受験番号」欄に受験番号をはっきり記入すること。
- 5 計算用紙以外にも、表紙や問題・解答用紙の裏面を計算のために用いてよい。
- 6 表紙、計算用紙を含め、配布した用紙はすべて回収する。



数 学 201 その 1

第 1 問 1 辺の長さが 2 の正三角形とその内接円の接点を A, B, C とする。点 P が内接円の円周上にあるとき、次の問いに答えよ。

- (1) 内接円の中心を O とするとき、線分 OA の長さを求めよ。
- (2) $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PB} \cdot \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PC} \cdot \overrightarrow{PA}$ の値を求めよ。
- (3) $|\overrightarrow{PA}|^2 + |\overrightarrow{PB}|^2 + |\overrightarrow{PC}|^2$ の値を求めよ。
- (4) 点 P が円周上を動くとき、 $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB}$ の最大値および最小値を求めよ。

[第 1 問の解答箇所]

小 計	点
-----	---

数 学 2 0 1 その 2

第 2 問 n を 4 以上の整数とする。

- (1) $(n+1)(3n^{-1}+2)(n^2-n+1)$ と表される数を n 進法の小数で表せ。
- (2) 3 進数 $21201_{(3)}$ を n 進法で表すと $320_{(n)}$ となるような n の値を求めよ。
- (3) 正の整数 N を 3 倍して 7 進法で表すと 3 桁の数 $abc_{(7)}$ となり, N を 4 倍して 8 進法で表すと 3 桁の数 $acb_{(8)}$ となる。各位の数字 a, b, c を求めよ。また, N を 10 進法で表せ。

[第 2 問の解答箇所]

小 計	点
-----	---

数 学 201 その 3

第3問 n を 2 以上の整数とする。すべての $x > 0$ に対して不等式 $\log x \leq a \sqrt[n]{x}$ が成り立つような正の定数 a の最小値を a_n とする。

- (1) 最小値 a_n を求めよ。
- (2) $\log x = a_n \sqrt[n]{x}$ を満たす正の数 x を求めよ。
- (3) 2つの曲線 $y = \log x$, $y = a_n \sqrt[n]{x}$ および x 軸で囲まれた部分の面積 S_n を求めよ。
- (4) すべての $x > 0$ に対して不等式 $\log x \leq a_2 \sqrt{x}$ が成り立つことを利用して, (3) の S_n について $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log(1 + S_n)}{n}$ を求めよ。

[第3問の解答箇所]

小 計	点
-----	---

数 学 201 その 4

第4問 1個のさいころを投げて、出た目が偶数ならば出た目の半分の数を得点とし、出た目が奇数ならば出た目の数を得点とする。さいころを n 回投げたときの得点の合計を考える。例えば、さいころを 3 回投げて出た目が 2, 3, 6 のとき、得点の合計は $\frac{2}{2} + 3 + \frac{6}{2} = 7$ である。このとき、次の確率を求めよ。

- (1) さいころを 2 回投げたとき、得点の合計が 6 になる確率
- (2) さいころを 4 回投げたとき、得点の合計が 10 になる確率
- (3) さいころを 4 回投げて、2 回目に 5 または 6 の目が出たとき、得点の合計が 10 になる確率

[第4問の解答箇所]

小 計	点
-----	---