平成３０年度入学試験問題

数　　　学

（数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ａ・数学Ｂ）

注　　　意

1　問題冊子は１冊（２ページ），解答用紙は４枚，下書き用紙は３枚です。

2　試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等により解答できない場合は，手を高く挙げて監督者に知らせなさい。

3　すべての解答用紙の受験番号記入欄２箇所に受験番号を正しく記入しなさい。

4　解答は，すべて指定された解答用紙の解答欄に書きなさい。
また，答だけではなく途中の手順や考え方も記述しなさい。
ただし，裏面は採点の対象になりません。

5　試験終了後，問題冊子と下書き用紙は必ず持ち帰りなさい。

数　学（数学Ｉ・数学II・数学Ａ・数学Ｂ）

1

関数 $f(x) = x^3 - 3x$ を考える。曲線 $C : y = f(x)$ 上の点 A $(t, f(t))$ における接線を L とする。ただし $0 < t < 1$ とする。曲線 C と接線 L の接点 A 以外の共有点を B とする。以下の問いに答えよ。

(1) 点 B の座標を t を用いて表せ。

(2) 2 点 A, B の y 座標の差の絶対値が最大となる t の値を求めよ。

2

角 α は $0 \leqq \alpha \leqq \pi$ を満たし，$\cos\alpha = \dfrac{1}{3}$ とする。角 θ は $\alpha \leqq \theta \leqq \pi$ の範囲を動くとする。$f(\theta) = \sin 2\theta - \sin\theta - \cos\theta + 2$ とおく。また，$t = \sin\theta + \cos\theta$ とおく。以下の問いに答えよ。

(1) $\sin\left(\alpha + \dfrac{\pi}{4}\right)$ の値を求めよ。

(2) t の値の範囲を求めよ。

(3) $f(\theta)$ を t の式で表せ。

(4) $f(\theta)$ の最小値を求めよ。

3

k を実数とし，x についての 2 次方程式

$$x^2 - kx + 3k - 4 = 0$$

を考える。以下の問いに答えよ。

(1) $x^2 - kx + 3k - 4 = 0$ が虚数解をもつような k の値の範囲を求めよ。

(2) $x^2 - kx + 3k - 4 = 0$ が虚数解 α をもち，α^4 が実数になるような k の値をすべて求めよ。

4

xyz 空間内に 3 点 $\mathrm{A}(2, 0, 1)$，$\mathrm{B}(0, 3, -1)$，$\mathrm{C}(0, 3, -3)$ がある。線分 BC 上の点を $\mathrm{P}(0, 3, s)$ とおく。線分 AP を $t : (1-t)$ に内分する点を Q とする。ただし，t は $0 < t < 1$ を満たす。点 Q を中心とする半径 3 の球面を K とし，球面 K と xy 平面が交わってできる円の面積を S_1，球面 K と yz 平面が交わってできる円の面積を S_2 とおく。以下の問いに答えよ。

(1) 球面 K の方程式を求めよ。

(2) S_1 を s と t の式で表せ。

(3) 点 P は線分 BC 上で固定し，点 Q は線分 AP 上を動くものとする。$S_1 + S_2$ が最大値をとる t を s の式で表せ。

(4) (3) において点 Q が線分 AP の中点であるときに $S_1 + S_2$ が最大値をとるとする。このときの s の値を求めよ。