

〔1〕 1辺の長さが1の正五角形 OABCD に対して、 $\vec{a} = \vec{OA}$, $\vec{b} = \vec{OD}$ とおく。

BD の長さを x とするとき、次の間に答えよ。

1. \vec{OB} と \vec{AB} を x , \vec{a} , \vec{b} を用いて表せ。
2. 内積 (\vec{a}, \vec{b}) の値を x を用いて表せ。
3. x の値を求めよ。
4. $\cos 72^\circ$ の値を求めよ。

〔2〕 数列 $\{a_n\}$ を次のように定める。

n の正の約数の個数が偶数ならば、 $a_n = 0$

n の正の約数の個数が奇数ならば、 $a_n = n$

このとき、次の間に答えよ。

1. a_4 , a_6 , a_8 の値を求めよ。
2. $a_n = n$ となるような n はどのような数であることを答えよ。
3. $\sum_{k=1}^{150} a_k$ を求めよ。
4. $650 \leq \sum_{k=1}^n a_k \leq 1496$ となるような n の範囲を求めよ。

〔3〕 正の数 a に対して $f(x) = x^3 + ax^2 - a^2x + 11$ とおくとき、次の間に答えよ。

1. 関数 $y = f(x)$ の極大値と極小値を a を用いて表せ。
2. $x \geq 1$ のとき、 $f(x) \geq 0$ となる a の範囲を求めよ。

[4 A] $\triangle ABC$ の辺 BC , CA , AB の中点をそれぞれ L , M , N とする。 $\triangle PQR$ は 3 つの中線 AL , BM , CN からつくられた三角形で, $PQ = AL$, $QR = BM$, $RP = CN$ をみたしているとする。このとき, 次の問に答えよ。

1. 中線 AL と BM の交点を G とし, CG の中点を K とする。 $\triangle ABC$ と $\triangle GLK$ の面積の比を求めよ。
2. $\triangle GLK$ と $\triangle PQR$ の面積の比を求めよ。
3. $\triangle ABC$ と $\triangle PQR$ の面積の比を求めよ。

[4 B] 複素数 $z = x + yi$ (x, y は実数) と実数 m に対して, 直線 l と曲線 C が

$$l : (m + i)z + (m - i)\bar{z} = 6m$$

$$C : |z - 3| = 2|z|$$

で与えられている。ただし, \bar{z} は z に共役な複素数 $x - yi$ を表す。

このとき, 次の問に答えよ。

1. 直線 l および曲線 C のみたす方程式をそれぞれ x , y を用いて表せ。
2. m が実数の範囲で変化するとき, 直線 l と曲線 C の共通点の個数はどのようなようになるかを答えよ。
3. 直線 l と曲線 C が 2 つの共通点をもつとき, それらの 2 つの点の中点の軌跡の方程式を求め, その軌跡を図示せよ。