2006　香川大学　教育学部・農学部
数学入試問題

〔1〕　1辺の長さが1の正五角形 OABCD に対して，$\vec{a}=\overrightarrow{OA}$，$\vec{b}=\overrightarrow{OD}$ とおく。BD の長さを x とするとき，次の問に答えよ。

1. $\overrightarrow{OB}$ と $\overrightarrow{AB}$ を x，$\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。
2. 内積 $(\vec{a},\ \vec{b})$ の値を x を用いて表せ。
3. x の値を求めよ。
4. $\cos 72^\circ$ の値を求めよ。

〔2〕　数列 $\{a_n\}$ を次のように定める。

n の正の約数の個数が偶数ならば，$a_n=0$

n の正の約数の個数が奇数ならば，$a_n=n$

このとき，次の問に答えよ。

1. a_4，a_6，a_8 の値を求めよ。
2. $a_n=n$ となるような n はどのような数であるかを答えよ。
3. $\displaystyle\sum_{k=1}^{150} a_k$ を求めよ。
4. $\displaystyle 650 \leqq \sum_{k=1}^{n} a_k \leqq 1496$ となるような n の範囲を求めよ。

〔3A〕　△ABC の辺 BC，CA，AB の中点をそれぞれ L，M，N とする。△PQR は3つの中線 AL，BM，CN からつくられた三角形で，PQ＝AL，QR＝BM，RP＝CN をみたしているとする。このとき，次の問に答えよ。

1. 中線 AL と BM の交点を G とし，CG の中点を K とする。△ABC と△GLK の面積の比を求めよ。
2. △GLK と△PQR の面積の比を求めよ。
3. △ABC と△PQR の面積の比を求めよ。

〔３Ｂ〕 複素数 $z=x+yi$ (x, y は実数) と実数 m に対して，直線 ℓ と曲線 C が

$$\ell : (m+i)z+(m-i)\bar{z}=6m$$
$$C : |z-3|=2|z|$$

で与えられている。ただし，$\bar{z}$ は z に共役な複素数 $x-yi$ を表す。

このとき，次の問に答えよ。

1. 直線 ℓ および曲線 C のみたす方程式をそれぞれ x, y を用いて表せ。
2. m が実数の範囲で変化するとき，直線 ℓ と曲線 C の共通点の個数はどのようになるかを答えよ。
3. 直線 ℓ と曲線 C が２つの共通点をもつとき，それらの２つの点の中点の軌跡の方程式を求め，その軌跡を図示せよ。

〔４Ａ〕 正の数 a に対して $f(x)=x^3+ax^2-a^2x+11$ とおくとき，次の問に答えよ。

1. 関数 $y=f(x)$ の極大値と極小値を a を用いて表せ。
2. $x \geqq 1$ のとき，$f(x) \geqq 0$ となる a の範囲を求めよ。

〔４Ｂ〕 次の問に答えよ。ただし，k は正の整数とする。

1. 曲線 $y=\dfrac{1}{x}$ ($x>0$) は，下に凸であることを示せ。
2. 定積分 $\displaystyle\int_{k-\frac{1}{2}}^{k+\frac{1}{2}} \frac{1}{x}\,dx$ を求めよ。
3. ２直線 $x=k-\dfrac{1}{2}$，$x=k+\dfrac{1}{2}$ と曲線 $y=\dfrac{1}{x}$ 上の点 $\left(k, \dfrac{1}{k}\right)$ における接線，および x 軸によって囲まれた台形の面積を求めよ。
4. 次の不等式を証明せよ。

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k} < \log(2n+1)$$