2006　香川大学　医学部
数学入試問題

〔1 A〕 1辺の長さが1の正五角形 OABCD に対して，$\overrightarrow{a}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}$，$\overrightarrow{b}=\overrightarrow{\mathrm{OD}}$ とおく。BD の長さを x とするとき，次の問に答えよ。

1. $\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ を x，$\overrightarrow{a}$，$\overrightarrow{b}$ を用いて表せ。
2. 内積 $(\overrightarrow{a},\ \overrightarrow{b})$ の値を x を用いて表せ。
3. x の値を求めよ。
4. $\cos 72^\circ$ の値を求めよ。

〔1 B〕 複素数 $z=x+yi$ (x, y は実数) と実数 m に対して，直線 ℓ と曲線 C が

$$\ell : (m+i)z+(m-i)\bar{z}=6m$$

$$C : |z-3|=2|z|$$

で与えられている。ただし，$\bar{z}$ は z に共役な複素数 $x-yi$ を表す。

このとき，次の問に答えよ。

1. 直線 ℓ および曲線 C のみたす方程式をそれぞれ x，y を用いて表せ。
2. m が実数の範囲で変化するとき，直線 ℓ と曲線 C の共通点の個数はどのようになるかを答えよ。
3. 直線 ℓ と曲線 C が2つの共通点をもつとき，それらの2つの点の中点の軌跡の方程式を求め，その軌跡を図示せよ。

〔2〕 実数 a, b は $0<b<a$ をみたしている。x 軸上の点 $\mathrm{P}(t,\ 0)$ と定点 $\mathrm{A}(a, b)$ を結ぶ直線を ℓ とし，直線 $y=x$ との交点をQとする。原点をOとするとき，次の問に答えよ。

1. t が $t>a-b$ の範囲を動くとき，△OPQの面積の最小値とそのときの t の値を a, b を用いて表せ。

2. 1. のとき，定点Aは線分PQの中点であることを示せ。

〔3〕 3つの関数 $f(x)=x^2(x-\alpha)(x-\beta)$, $g(x)=-A^2x^2$, $h(x)=-B^2x^4$ が，次の条件(i), (ii)をみたしている。ただし，α, β, A, B は，$0<\alpha<\beta$ かつ $A>0$，$B>0$ をみたす定数とする。

(i) 曲線 $y=f(x)$ と $y=g(x)$ は，原点および原点とは異なる点 $\mathrm{P}(p, p')$ で接する。

(ii) 曲線 $y=f(x)$ と $y=h(x)$ は，原点および原点とは異なる点 $\mathrm{Q}(q, q')$ で接する。

さらに，曲線 $y=g(x)$ と $y=h(x)$ の交点のうち，x 座標が正である点を $\mathrm{R}(r, r')$ とする。このとき，次の問に答えよ。

1. 定数 A, B をそれぞれ α, β を用いて表せ。

2. p, q, r の大小を比較せよ。

3. 曲線 $y=f(x)$ と $y=g(x)$ で囲まれる図形の面積を S_1 とし，曲線 $y=f(x)$ と $y=h(x)$ で囲まれる図形の面積を S_2 とするとき，

$$S_1 : S_2 = p^4 : q^4$$

が成り立つことを示せ。