

香川大学

平成 19 年 度

(教育学部・農学部)

問題冊子

教 科	科 目	ページ数
数 学	数学Ⅰ・数学A 数学Ⅱ・数学B 数学Ⅲ	2

監督者の「始め」という指示があるまで、問題冊子を開かないこと。

解答の書き方

1. 問題〔1〕,〔2〕,〔3〕は全問解答すること。問題〔4〕,〔5〕は、このうちから、1題を選択し、選択した問題の番号を解答用紙の〔 〕内に記入してから、解答すること。
2. 解答は、すべて別紙解答用紙の所定欄に、はっきりと記入すること。
3. 答案には、解答の過程を書き、結論を明示すること。
4. 解答を訂正する場合には、きれいに消してから記入すること。
5. 解答用紙には、解答と志望学部及び受験番号のほかは、いっさい記入しないこと。

注 意 事 項

1. 監督者の「始め」の指示の後、解答用紙に志望学部及び受験番号を必ず書くこと。
2. 下書き用紙は、片面だけ使用すること。
3. 用事があるときは、だまって手をあげて、監督者の指示を受けること。
4. 試験終了時には、解答用紙を必ずページ順に重ね、机上の右側に置くこと。
5. 試験終了後、問題冊子及び下書き用紙は持ち帰ること。

[1] $\triangle OAB$ において、 $OA:OB=2:3$ であり、辺 OB 上の点 D は $OD=OA$ をみたしている。 $\angle AOB$ の二等分線と AD 、 AB の交点をそれぞれ E 、 F とし、 AB の中点を M とする。 $\vec{a}=\vec{OA}$ 、 $\vec{b}=\vec{OB}$ とおくと、次の問に答えよ。

- \vec{OE} を \vec{a} 、 \vec{b} で表せ。
- \vec{OF} を \vec{a} 、 \vec{b} で表せ。
- \vec{AF} を \vec{a} 、 \vec{b} で表せ。
- $\frac{AM}{FM}$ を求めよ。

[2] 数列 $\{a_n\}$ は

$$a_1 = \sqrt{2}, \log_{a_{n+1}} a_n = \frac{n+2}{n} \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

で定義されている。ただし、 a_n は 1 でない正の実数で、 $\log_{a_{n+1}} a_n$ は a_{n+1} を底とする a_n の対数である。このとき、次の問に答えよ。

- a_2, a_3, a_4 を求めよ。
- 第 n 項 a_n を予想し、それが正しいことを数学的帰納法を用いて証明せよ。
- 初項から第 n 項までの積 $A_n = a_1 a_2 \cdots a_n$ を n の式で表せ。
- $\log_{10} 2 = 0.3010$ として、 $A_n < 5^{\frac{1}{3}}$ をみたす n の最大値を求めよ。

[3] 放物線 $C: y = \frac{1}{2}x^2$ 上の 2 点 P_1, P_2 の x 座標をそれぞれ t, kt とし、2 点 P_1, P_2 における C の接線をそれぞれ l_1, l_2 とする。ただし、 t, k は実数で、 $t > 0$ とする。

- 直線 l_1, l_2 の方程式を t, k を用いて表せ。
- l_1 と l_2 が直交するとき、 l_1 と l_2 の交点の座標を t を用いて表せ。
- l_1 と l_2 が直交するとき、直線 l_1, l_2 および放物線 C で囲まれた図形の $y \geq 0$ の部分の面積 S を t を用いて表せ。
- 実数 t が $t > 0$ の範囲の値をとるとき、 S の最小値とそのときの t の値を求めよ。

[4] 初項 0、公差 2 の等差数列 $\{a_n\}$ に対して、2 次関数 $f_n(x)$ ($n=1, 2, 3, \dots$) を

$$f_n(x) = -x^2 + a_n x + 1$$

と定義する。このとき、次の問に答えよ。

- 2 次関数 $y = f_n(x)$ のグラフの頂点を $P_n(x_n, y_n)$ とするとき、 x_n, y_n をそれぞれ n の式で表せ。
- 点 P_n ($n=1, 2, 3, \dots$) はすべてある 2 次関数のグラフ上にある。この 2 次関数 $y = g(x)$ を求めよ。
- $y = g(x)$ のグラフ、 x 軸、 y 軸および直線 $x = n$ で囲まれた部分の面積を S_n とするとき、

$$\sum_{k=1}^n y_k < S_n < \sum_{k=2}^{n+1} y_k$$

が成り立つことを示せ。

- $\sum_{k=2}^{n+1} y_k - S_n$ と $S_n - \sum_{k=1}^n y_k$ の大きさを比較せよ。

[5] 正の実数 x に対して、関数 $f(x), g(x)$ を

$$f(x) = x^3 + 48 \log x, \quad g(x) = e^{-x+1}$$

と定義する。ただし、 $\log x$ は自然対数である。このとき、次の問に答えよ。

- 2 つの曲線 $y = f(x), y = g(x)$ はただ 1 つの交点をもつことを示せ。
- 曲線 $y = f(x)$ の変曲点を求めよ。