

# 香川大学

平成 20 年 度

(教育学部・農学部)

## 問題冊子

教 科	科 目	ページ数
数 学	数学Ⅰ・数学A 数学Ⅱ・数学B 数学Ⅲ	2

試験開始の合図があるまで、問題冊子を開かないこと。

### 解答の書き方

1. 問題〔1〕, 〔2〕, 〔3〕は全問解答すること。問題〔4〕, 〔5〕は、このうちから、1題を選択し、選択した問題の番号を解答用紙の〔 〕内に記入してから、解答すること。
2. 解答は、すべて別紙解答用紙の所定欄に、はっきりと記入すること。
3. 答案には、解答の過程を書き、結論を明示すること。
4. 解答を訂正する場合には、きれいに消してから記入すること。
5. 解答用紙には、解答と志望学部及び受験番号のほかは、いっさい記入しないこと。

### 注 意 事 項

1. 試験開始の合図の後、解答用紙に志望学部及び受験番号を必ず書くこと。
2. 下書き用紙は、片面だけ使用すること。
3. 用事があるときは、だまって手をあげて、監督者の指示を受けること。
4. 試験終了時には、解答用紙を必ずページ順に重ね、机上の右側に置くこと。
5. 試験終了後、問題冊子及び下書き用紙は持ち帰ること。

[1]  $\triangle OAB$  に対し、 $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$ ,  $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$  とおく。 $\triangle OAB$  の重心  $G$  を通る直線  $l$  は辺  $OA$  と交わり、その交点を  $C$  とする。ただし、点  $C$  は頂点  $O$  とは異なるとする。直線  $l$  と直線  $OB$  が交わる時、その交点を  $D$  とし、 $\overrightarrow{OC} = r\vec{a}$ ,  $\overrightarrow{OD} = s\vec{b}$  とする。このとき、次の問に答えよ。

- $\overrightarrow{OG}$  を  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  を用いて表せ。
- $\overrightarrow{OG}$  を  $r$ ,  $s$ ,  $\overrightarrow{OC}$ ,  $\overrightarrow{OD}$  を用いて表せ。
- $\frac{1}{r} + \frac{1}{s}$  の値を求めよ。
- $\triangle OCD$  の面積と  $\triangle OAB$  の面積が等しいとき、 $r$  の値を求めよ。
- $OC : CA = 3 : 1$  のとき、 $OD : DB$  を求めよ。

[2] 数列  $\{a_n\}$  を次のように定める。ただし、 $p$ ,  $q$  は定数とする。

$$\begin{cases} a_1 = p \\ a_2 = q \\ a_{n+2} = 3a_{n+1} - 2a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \end{cases}$$

また、数列  $\{b_n\}$  を  $b_n = a_{n+1} - a_n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) と定める。

このとき、次の問に答えよ。

- $a_3, a_4, a_5, a_6$  を求めよ。
- $b_1, b_2, b_3, b_4$  を求めよ。
- $a_n$  を  $n, p, q$  を用いて表せ。
- $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$  を  $n, p, q$  を用いて表せ。

[3] 放物線  $C: y = \frac{1}{4}x^2$  と、点  $B(0, b)$  を中心とする半径  $r$  の円 (ただし、 $r < b$ ) は、異なる 2 点  $A_1, A_2$  を共有し、それ以外に共有点をもたないとする。ここで、点  $A_1, A_2$  は、それぞれ第 1 象限、第 2 象限にあるとする。このとき、次の問に答えよ。

- 円の中心  $B$  および 2 点  $A_1, A_2$  の座標を  $r$  を用いて表せ。さらに、 $r$  の値の範囲を求めよ。
- $r = 4$  のとき、 $\angle A_1BA_2$  の大きさを求めよ。ただし、 $0^\circ < \angle A_1BA_2 < 180^\circ$  とする。
2. で求めた  $\angle A_1BA_2$  に対する弧  $\widehat{A_1A_2}$  と放物線  $C$  で囲まれた図形の面積を求めよ。

[4] 関数  $f(x) = x^3 - x$  について、次の問に答えよ。

- $f(x)$  の極値を求め、曲線  $y = f(x)$  の概形をかけ。
- $t > 0$  のとき、点  $A(t, t^3 - t)$  における曲線  $y = f(x)$  の接線の方程式を求めよ。
2. で求めた接線と曲線  $y = f(x)$  の共有点のうち、接点  $A$  と異なる点  $B$  の座標を  $t$  を用いて表せ。
- 原点を  $O$  とするとき、 $\triangle OAB$  の面積を  $t$  を用いて表せ。

[5] 円錐の中に 1 辺の長さが  $2a$  の立方体がある。その立方体の 4 つの頂点が円錐の底面にあり、他の 4 つの頂点は円錐の側面にある。円錐の底面の半径を  $x$  とするとき、次の問に答えよ。

- 円錐の高さ  $h(x)$  を  $a, x$  を用いて表せ。
- 円錐の体積  $V(x)$  を  $a, x$  を用いて表せ。
- 円錐の体積  $V(x)$  の最小値とそのときの  $x$  の値を  $a$  を用いて表せ。
- 円錐の体積  $V(x)$  が最小となる時、立方体の表面積と円錐の表面積の比を求めよ。