

## 2023年度入学試験問題

# 数 学

(数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B)

### 注 意

- 1 問題冊子は1冊(2ページ)、解答用紙は4枚、下書き用紙は3枚です。
- 2 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等により解答できない場合は、手を高く挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 すべての解答用紙の受験番号記入欄2箇所に受験番号を正しく記入しなさい。
- 4 解答は指定された解答用紙の解答欄に書きなさい。なお、裏面には書かないこと。また、答だけではなく途中の手順や考え方も記述しなさい。
- 5 試験終了後、問題冊子と下書き用紙、及び解答用紙の表紙は必ず持ち帰りなさい。

1

数列  $\{a_n\}$  の第 1 項から第  $n$  項までの和  $S_n$  が

$$S_n = \frac{7}{6}(a_n - 1)$$

を満たすとき、以下の問いに答えよ。ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010$ 、 $\log_{10} 3 = 0.4771$ 、 $\log_{10} 7 = 0.8451$  とする。

- (1) 一般項  $a_n$  を求めよ。
- (2)  $a_n$  が 89 桁の整数となるとき、 $n$  を求めよ。
- (3)  $n$  を (2) で求めたものとする。 $a_n$  の 1 の位の数字を求めよ。
- (4)  $n$  を (2) で求めたものとする。 $a_n$  の最高位の数字を求めよ。

2

$a < 0$ 、 $b > 0$  とする。2つの曲線  $C: y = \frac{1}{x^2 + 1}$  と  $D: y = ax^2 + b$  がある。いま、 $x > 0$  で  $C$  と  $D$  が共有点を持ち、その点における2つの曲線の接線が一致しているとする。その共有点の  $x$  座標を  $t$  とし、 $D$  と  $x$  軸で囲まれた部分の面積を  $S$  とする。以下の問いに答えよ。

- (1)  $D$  と  $x$  軸の交点の  $x$  座標を  $\pm p$  とし、 $p > 0$  とする。 $S$  を  $a$  と  $p$  を用いて表せ。
- (2)  $a$ 、 $b$  を  $t$  を用いて表せ。
- (3)  $S$  を  $t$  を用いて表せ。
- (4)  $t > 0$  の範囲で、 $S$  が最大となるような  $D$  の方程式を求めよ。

3

箱の中に、1 から 3 までの数字を書いた札がそれぞれ 3 枚ずつあり、全部で 9 枚入っている。A、B、C の 3 人がこの箱から札を無作為に取り出す。A と B が 2 枚ずつ、C が 3 枚取り出すとき、以下の問いに答えよ。

- (1) A が持つ札の数字が同じである確率を求めよ。
- (2) A が持つ札の数字が異なり、B が持つ札の数字も異なり、かつ、C が持つ札の数字もすべて異なる確率を求めよ。
- (3) A が持つ札の数字のいずれかが、C が持つ札の数字のいずれかと同じである確率を求めよ。

4

$0 < x < y$  とする。平行四辺形 ABCD において、辺 AB の長さを  $x$ 、辺 BC の長さを  $y$ 、 $\angle ABC = 2\theta$  ( $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ ) とする。平行四辺形 ABCD の内角 A、B、C、D を 2 等分する直線をそれぞれ  $l_A$ 、 $l_B$ 、 $l_C$ 、 $l_D$  とし、 $l_A$  と  $l_B$  の交点を E、 $l_B$  と  $l_C$  の交点を F、 $l_C$  と  $l_D$  の交点を G、 $l_D$  と  $l_A$  の交点を H とする。平行四辺形 ABCD と四角形 EFGH が重なる部分の面積を  $S$  とする。以下の問いに答えよ。

- (1)  $\angle FEH$  を求めよ。
- (2) 線分 AE および線分 AH の長さを求めよ。
- (3) 点 H が平行四辺形 ABCD の外部にあるような、 $x$ 、 $y$  の条件を求めよ。
- (4)  $S$  を求めよ。